

Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale e lo sviluppo del Concetto di Forma

The Pre-Instrumental Enrichment Program and the development of the Concept of Shape

Chiara Leoni

Liceo Scientifico ISS "A. Scarpa", chiaralearoni06@gmail.com

Loretta Pavan

Associazione Promozione Sociale RinnovaMenti, lorettapavan@icloud.com

Building on the principles of the pedagogy of mediation, the Pre-Instrumental Enrichment Program (PAPS) by Leoni and Pavan is a recently established approach specifically aimed at early cognitive intervention. It is designed to be applicable to pre-school children with intellectual disabilities and learning disorders.

The approach proposes a structured and gradual intervention aimed at promoting the formation of several Basic Concepts, which play an important role in perceptual organization. The article outlines the intervention for the development of the concept of Shape, which presents a series of activities of increasing complexity and abstraction. Initially, children are involved in sensory-motor activities, in which the mediated learning experience of the perceptual properties of the basic attributes of planar shapes establishes the first geometrical mental representations. Subsequently, pre-operatory activities are proposed, guiding children through a gradual process of abstraction of the perceptual characteristics necessary to identify some basic planar geometric shapes. These figures will then be used to lead, through a further process of generalization, to the development of the superordinate concept of Shape.

In addition to enabling the early development of geometric thinking, the proposed activities provide children with intellectual disabilities with a series of learning experiences and opportunities for the mediation of pre-attentive cognitive strategies.

The aim of the paper is to show how work in the geometric domain, often neglected in intellectual disability, offers children, if properly supported, the opportunity to access gradually more abstract conceptual and procedural skills, and repositions the issue of equal access to learning opportunities at the center of the school debate.

Key-words: Early intervention, intellectual disability, conceptual development, geometric thinking, PAPS

abstract

Esiti di ricerca e riflessione sulle pratiche

(A. ricerca qualitativa e quantitativa; B. progetti e buone pratiche; C. strumenti e metodologie)



1. Introduzione

La ricerca nel campo della psicologia dello sviluppo ha ampiamente dimostrato l'importanza di una valutazione precoce delle abilità di base implicate negli apprendimenti scolastici, allo scopo di individuare tempestivamente i bambini a rischio di insuccesso, intervenire in modo adeguato e prevenire per quanto possibile i fenomeni di ritardo degli apprendimenti connessi a tali abilità (Lucangeli *et al.*, 2009). Altrettanto solide sono le evidenze scientifiche in favore dell'intervento precoce, sia in caso di svantaggio socioculturale (Tamburlini, 2014) che di disabilità intellettiva (Guralnick, 2005; Roberts & Richmond, 2014), come testimoniato tra l'altro dal rapporto di sintesi relativo all'intervento di sostegno per i bambini con disabilità in età prescolare, elaborato dalla *European Agency for Special Needs and Inclusive Education* (2005).

Sebbene le abilità geometriche non siano generalmente incluse tra le abilità di base, dato che lo studio scolastico della geometria viene spesso proposto più tardi, esse poggiano su competenze, quali le abilità visuo-spaziali ed il pensiero rappresentativo, estremamente rilevanti per tutti gli apprendimenti.

Numerosi studi dimostrano inoltre che bambini della scuola dell'Infanzia possiedono già delle competenze nel riconoscimento e nella manipolazione delle forme geometriche, suggerendo la possibilità di avviare fin da momenti piuttosto precoci la strutturazione delle abilità implicate nel pensiero geometrico (Clements *et al.*, 1999)¹.

2. Teorie sullo sviluppo delle abilità geometriche

Le prime teorie sull'apprendimento del concetto di Forma nei bambini prendono le mosse dal lavoro di Piaget e Inhelder (1976), che individuano tre fasi nello sviluppo del pensiero geometrico. Nella prima fase, che si evidenzia durante il periodo sensorio-motorio, il bambino prende in considerazione le relazioni spaziali ma non le dimensioni o la forma delle figure.

Nella seconda fase si sviluppa invece l'idea di prospettiva: il bambino fa propri i concetti di linea retta ed angolo retto. L'operazione resta però ancora condizionata dall'azione, e dunque dalla realtà fenomenica.

La terza fase è infine caratterizzata dal riconoscimento e dalla discriminazione di posizioni bi- o tridimensionali e dal ragionamento deduttivo, che permette al bambino di inferire le proprietà di due figure, quali la loro congruenza o simmetria.

1 Alcune ricerche indicano la presenza di competenze geometriche nei neonati e nei bambini molto piccoli. Già a partire dai 2-3 mesi sembra infatti svilupparsi la capacità di distinguere figure geometriche della stessa forma ma con diverso orientamento (Slater *et al.*, 1990) e a 6,5 mesi i bambini appaiono in grado di identificare quadrato e cerchio e di ricordarne la posizione nello spazio (Káldi e Leslie, 2003).

Esperimenti compiuti testando bambini ed adulti di una popolazione amazzonica isolata indicano inoltre l'esistenza di principi geometrici innati, appartenenti alle seguenti categorie di concetti geometrici: rapporti topologici (chiuso, aperto, dentro e fuori), geometria euclidea (linea, punto, perpendicolarità, angolo retto) e figure geometriche (quadrato, triangolo, cerchio). Al contrario, tali principi innati non sembrano includere le trasformazioni geometriche, quali traslazioni, simmetrie e rotazioni (Dehaene *et al.*, 2006).



Il carattere genetico dello sviluppo dell'intelligenza proposto da Piaget presuppone che ogni periodo emerga dal precedente, ma che sia caratterizzato da strutture logiche qualitativamente diverse. La capacità di discriminazione tra le forme della geometria euclidea si sviluppa a partire dai quattro anni d'età, con il passaggio dall'intelligenza sensomotoria all'intelligenza operatoria, ed è resa possibile dal progressivo consolidarsi delle funzioni rappresentative.

Gli esperimenti piagetiani stabilivano due principi fondamentali: da un lato, che i bambini comprendono le forme attraverso la loro manipolazione attiva; dall'altro, che apprendono a distinguere le forme prima dalle loro proprietà topologiche e successivamente da quelle euclidee².

Mentre il primo principio rimane tuttora supportato dalla letteratura, sulla cosiddetta *topological primacy hypothesis* si è aperto un ampio dibattito. I risultati contrastanti presenti nella ricerca dipendono, tra l'altro, da imprecisioni e scarsa chiarezza terminologica, dal tipo di compiti considerati, dalle procedure di *testing* impiegate e da carenze nelle abilità dei bambini in altre aree (quali ad esempio le abilità finimotorie necessarie per il disegno). Un'ulteriore spiegazione ai risultati contrastanti è che la capacità dei bambini di identificare una forma non dipenda alla comprensione delle proprietà topologiche o euclidee, quanto piuttosto dal grado di distorsione di una figura rispetto a un'altra (Geeslin & Shar, 1979). In alternativa, i risultati potrebbero dipendere dal fallimento nel coordinare le richieste multiple sottese al compito, che non consente di rilevare lo sviluppo di idee non ancora differenziate o integrate (Clements et al., 1999).

Altri studi suggeriscono tuttavia che alcune nozioni di tipo euclideo (quali l'identificazione, il riconoscimento, il recupero di caratteristiche dalla memoria e la rotazione e fusione mentale di forme) siano presenti fin da momenti più precoci di sviluppo del bambino (Rosser, Lane & Mazzeo, 1988). Bambini di diverse età appaiono infatti consapevoli tanto delle proprietà topologiche quanto di quelle euclidee (Geeslin & Shar, 1979).

Se negli ultimi anni la prospettiva piagetiana è stata gradualmente abbandonata, gran parte della ricerca attuale muove a partire dalla concettualizzazione proposta da Van Hiele (1986).

Fulcro della teoria di Van Hiele è l'acquisizione del sistema concettuale basato sulle proprietà delle forme bidimensionali.

Nello sviluppo del pensiero geometrico egli identifica cinque livelli gerarchici, legati alla progressiva transizione a livelli di pensiero progressivamente più astratti. Il passaggio da un livello all'altro è determinato dal grado d'istruzione e dall'esperienza del bambino, piuttosto che dalla sua età o dal suo sviluppo fisico³.

2 Le proprietà topologiche sono quelle che rimangono inalterate piegando, distendendo, contraendo o distorcendo le forme: esempi includono la connessione e l'apertura (o la chiusura) di curve. Le proprietà euclidee sono quelle che rimangono inalterate in trasformazioni che mantengono costanti le distanze tra coppie di punti, cioè in seguito a movimenti rigidi quali le riflessioni, le rotazioni e le traslazioni: esempi includono le misure di angoli e lati.

3 Al primo livello, chiamato *livello visivo*, i bambini riconoscono percettivamente le forme sulla base del loro aspetto globale, cioè confrontando le gestalt visive con dei prototipi visivi legati ad oggetti concreti: non sono però ancora in grado di formarsene una rappresentazione mentale; possono apprendere il vocabolario geometrico e riprodurre correttamente le forme, ma non ne comprendono le proprietà.

Al secondo livello, chiamato *descrittivo-analitico*, i bambini iniziano a riconoscere le forme sulla base della comprensione delle loro proprietà, quali il numero di lati e la misura degli angoli, ed utilizzano



Quattro assunti guidano la concettualizzazione proposta da Van Hiele. Da un lato, che la transizione tra i livelli sia un processo discontinuo, in cui ogni livello è distinto e separato dagli altri, con differenze osservabili per ciascun livello; che i bambini attraversino i livelli in maniera ordinata e che ciascun livello rifletta una forma più astratta di pensiero; che i bambini debbano possedere una completa comprensione di un livello prima di muovere al successivo; e infine che ciascun livello sia caratterizzato da riflessioni e processi cognitivi propri (Clements, 2003).

La ricerca successiva ha condotto ad alcune modificazioni del modello originariamente elaborato da Van Hiele. È stato proposto che i livelli del pensiero geometrico, che coinvolgono sia lo sviluppo dei concetti che delle strategie di ragionamento, non siano discreti, e che bambini possano muoversi tra i livelli in base ai compiti⁴.

Sulla base di alcuni esperimenti condotti su bambini più piccoli di quelli studiati inizialmente da Van Hiele è stata inoltre proposta l'esistenza di un livello zero, chiamato di pre-riconoscimento, e la riconcettualizzazione del primo livello come sincretico anziché visivo⁵ (Clements & Battista, 1992; Clements et al., 1999).

Tali osservazioni sono state confermate da studi successivi, che dimostrano come la maggior parte dei bambini in età prescolare si collochino tra il livello zero ed il primo livello, mentre il secondo livello appare tipico di bambini tra il terzo e il quarto anno della scuola Primaria (Aslan & Arnas, 2007).

Ulteriori esperimenti hanno approfondito la comprensione dei fattori che influenzano i livelli del pensiero geometrico (Hannibal, 1999). Un primo aspetto è

esplicitamente concetti geometrici formali per descrivere le relazioni spaziali tra le parti di due figure. Benché ancora importante, l'apparenza olistica delle forme diventa secondaria.

Al terzo livello, detto *delle deduzioni informali o della geometria euclidea*, si avvia la comprensione di definizioni meno concrete ed un ordinamento delle proprietà da un punto di vista logico, i bambini affinano il linguaggio ed imparano il lessico tecnico. Comprendono e formulano definizioni astratte, distinguono tra proprietà necessarie e sufficienti di classi di figure, classificano le figure secondo gerarchie e forniscono argomentazioni logiche per giustificare le loro classificazioni.

Al quarto livello, detto *deduttivo o della logica formale*, lo sviluppo del pensiero reversibile consente ai bambini di comprendere le relazioni tra le proposizioni e le loro inverse e le dimostrazioni geometriche, e permette loro di ragionare in termini di assiomi e teoremi. Al quinto livello o *del rigore geometrico*, infine, è possibile apprendere le geometrie non euclidee e confrontare diversi sistemi assiomatici (Van Hiele, 1986).

- 4 Per determinare il livello di sviluppo del pensiero geometrico raggiunto, Burger e Shaughnessy (1986) hanno descritto una serie di compiti basati su disegno, identificazione e definizione, separazione ed individuazione di forme misteriose.

Una seconda valutazione basata sui processi di pensiero geometrico è stata successivamente proposta da Jaime and Gutiérrez (1994): i processi-chiave considerati sono l'identificazione, la definizione, la classificazione e la dimostrazione di proprietà.

Gutiérrez, Jaime e Fortuny (1991) hanno infine proposto un metodo di valutazione alternativo: rifiutando l'assunto che i livelli siano discreti, e postulando che l'acquisizione di un livello di pensiero sia un processo che si sviluppa nel tempo, hanno definito una valutazione basata sul grado di acquisizione.

- 5 Al livello zero i bambini appaiono in grado di percepire correttamente le forme, ma non ancora di classificarle né di riprodurle attraverso il disegno; prestano attenzione ad un sottoinsieme di caratteristiche visive e sono quindi incapaci di riconoscere molte forme comuni o di distinguere tra loro forme appartenenti alla stessa classe.

Nella riconcettualizzazione del livello visivo come sincretico il riconoscimento delle forme dipende dalla sintesi tra conoscenze visive e verbali, che interagiscono tra loro, dato che i bambini utilizzano sia prototipi visivi che un'iniziale comprensione di alcune proprietà per classificare le forme (Clements e Battista, 1992; Clements et al., 1999).



che la classificazione delle forme è influenzata dal tipo di stimoli presentati ai bambini: se una varietà di triangoli sono proposti insieme con forme molto diverse, quali cerchi e quadrati, i bambini mostrano una più elevata probabilità di classificare correttamente anche tipi di triangoli meno regolari (come quelli scaleni), mentre ciò risulta più difficile se gli stessi triangoli vengono proposti insieme a forme percepite dai bambini come più simili ad essi, come i pentagoni o alcuni quadrilateri, descritti dai bambini piccoli come “a punta”. La consistenza nella classificazione cresce gradualmente tra i 4 e i 6 anni d’età.

Una seconda osservazione è che i bambini tendono a categorizzare in modo più corretto se viene loro richiesto di giustificare i propri ragionamenti, con il graduale emergere di correzioni spontanee. Tra i 3 e i 6 anni i bambini appaiono progressivamente più consapevoli delle proprietà essenziali delle forme geometriche (quali il numero di lati) e di quelle non essenziali (come l’orientamento) (Hannibal, 1999).

Più recentemente, infine, Sinclair e Moss (2012) hanno esteso i livelli di pensiero geometrico di Van Hiele includendo lo sviluppo del cosiddetto *geometric discourse*: punto di partenza dello studio è l’assunto empiricamente fondato che l’identificazione visiva delle forme lascia gradualmente il posto ad una identificazione mediata discorsivamente⁶.

Uno studio condotto su bambini dai 3 ai 6 anni evidenzia la capacità di riconoscere il cerchio con un elevato livello di accuratezza (96% in media), che migliora con l’età. L’accuratezza del riconoscimento, pur in presenza di difficoltà di descrizione di tale forma, suggerisce l’identificazione sulla base di un prototipo visivo.

L’accuratezza nel riconoscimento del quadrato risulta leggermente inferiore (87%), e migliora in presenza di un ragionamento sulla base degli attributi della forma.

I bambini appaiono invece meno accurati nell’identificazione di triangoli (59%) e rettangoli (54%), che presentano una maggiore variabilità sul piano visivo.

I risultati confermano inoltre l’esistenza di un livello di pre-riconoscimento, nel quale i bambini iniziano a formarsi degli schemi per le forme geometriche, cioè delle reti di relazioni che collegano i concetti geometrici: tali schemi precoci conducono all’identificazione di pattern sulla base di un’analisi di caratteristiche. In seguito, altri elementi visuo-spaziali vengono incorporati negli schemi, generando dei prototipi

6 I livelli del discorso geometrico ruotano attorno ad un processo, definito *saming*, che si verifica quando i bambini sono in grado di attribuire un nome ad un gruppo di oggetti (es. “Triangoli”). I bambini piccoli hanno difficoltà rispetto a questo processo perché si basano su prototipi visivi per la classificazione delle forme: se una figura varia in modo troppo consistente rispetto al prototipo non la identificheranno come la stessa (*same*).

L’analisi dei livelli del discorso geometrico mostra come i bambini passino dall’impiego di prototipi visivi a quello delle definizioni verbali per il riconoscimento delle forme geometriche. Il primo livello del discorso geometrico, definito *degli oggetti discorsivi elementari*, è quello in cui i bambini lavorano con forme concrete: in questo caso il *saming* equivale al *matching*, cioè all’accoppiamento, e il nome di una forma si riferisce ad un oggetto concreto. In questo caso gli oggetti sono quindi gli stessi se non si allontanano troppo dalla forma di partenza.

Il secondo livello è quello *degli oggetti discorsivi concreti*, in cui i bambini sono più flessibili rispetto al livello di trasformazione che consente di definire una forma come la stessa: il nome di una forma non si riferisce più ad un oggetto ma ad un gruppo di oggetti.

Nel terzo livello del discorso geometrico, detto *degli oggetti astratti*, i bambini non fanno più affidamento su trasformazioni visive per il *saming*, ed utilizzano invece definizioni verbali per stabilire se due figure hanno la stessa forma. I bambini non effettuano transizioni graduali tra i livelli, ma si muovono reversibilmente tra essi (Sinclair & Moss, 2012).



visivi per le forme, che andranno a combinarsi con una conoscenza verbale di tipo dichiarativo. Dato che le diverse forme differiscono per la variabilità dei prototipi visivi, diversi livelli di sviluppo del pensiero geometrico possono coesistere (Clements *et al.*, 1999).

Sarama e Clements (2009) hanno successivamente sviluppato una traiettoria degli apprendimenti che i bambini percorrono in ambito geometrico, riferita ai primi due livelli di Van Hiele, che stabilisce una progressione sequenziale di stadi che parte dal riconoscimento visivo per poi passare ad uno basato sulle proprietà, attraverso un lungo processo che continua fin oltre gli otto anni. Si riporta la traiettoria proposta fino ai 6 anni.

Stadio	Descrizione	Età
<i>Confronto di cose identiche</i>	Stabilisce se due cose nell'ambiente sono uguali o diverse	0-2
<i>Accoppiamento di forme identiche</i>	Accoppia forme familiari (cerchio quadrato, triangolo tipico) se sono identiche	
<i>Accoppiamento di forme-dimensione</i>	Accoppia forme che differiscono per dimensione se sono nello stesso orientamento	
<i>Accoppiamento di forme-orientamento</i>	Accoppia forme che hanno orientamenti diversi	3
<i>Riconoscimento di forme-tipico</i>	Identifica cerchi, quadrati e alcuni tipici triangoli	
<i>Accoppiamento di forme-più forme</i>	Impara ad accoppiare più forme (ad esempio i rettangoli)	3-4
<i>Riconoscimento di forme-cerchi, quadrati e più tipi di triangoli</i>	Riconosce cerchi, quadrati e triangoli (sia tipici che meno tipici)	4
<i>Confronto di parti</i>	Accoppia una parte di ciascuna forma e ne stabilisce l'uguaglianza	
<i>Costruzione di forme da parti-aspetto simile</i>	Usa materiali didattici per creare una forma che sia simile a un'altra	
<i>Confronto di alcuni attributi</i>	Stabilisce differenze tra forme non guardando alla forma nel suo insieme	
<i>Riconoscimento di forme-tutti i rettangoli</i>	Riconosce un ampio spettro di rettangoli	4-5
<i>Riconoscimento dei lati</i>	Riconosce che i lati sono proprietà distintive delle forme	
<i>Confronto della maggior parte degli attributi</i>	Impara a guardare l'intera forma per il confronto ma trascura ancora alcune relazioni spaziali	
<i>Riconoscimento degli angoli</i>	Riconosce che gli angoli sono proprietà distintive delle forme	5
<i>Riconoscimento delle forme-più forme</i>	Impara a riconoscere un'ampia varietà di forme (esempi tipici) come gli esagoni e i trapezi	
<i>Identificazione di forme</i>	Denomina un'ampia varietà di forme evitando i principali errori	6

Secondo Crowley (1987), le transizioni tra i livelli non solo legate principalmente all'età dei bambini ma all'educazione ricevuta, che deve collocarsi nell'area di sviluppo prossimale (Vygotskij, 1966; 1980).

Se, dunque, bambini in età prescolare mostrano una conoscenza *in fieri* o un *working knowledge* delle forme geometriche più semplici, l'istruzione dovrebbe avvenire a partire da tali conoscenze. La mancanza di stimolazione in quest'ambito potrebbe al contrario rendere i bambini "geometricamente deprivati" (Clements *et al.*, 1999).

Nell'insegnamento della geometria un ruolo basilare dovrebbe essere assegnato all'esperienza concreta e ad un'attiva manipolazione da parte del soggetto (Piaget



& Inhelder, 1976). Tali concetti, pur applicati ad un'altra fascia d'età, sono stati ripresi e confermati nella didattica di Emma Castelnuovo (Castelnuovo, 1963).

Lucangeli *et al.* (2009) suggeriscono che le conoscenze geometriche dei bambini in età prescolare possono essere incrementate attraverso programmi di potenziamento, che presentino per ciascuna categoria una grande quantità di figure, con forme e orientamenti non convenzionali. L'apprendimento delle proprietà visuo-spaziali delle forme e delle relative etichette verbali può essere favorito grazie a processi di manipolazione attiva, e le conoscenze verbali dichiarative possono essere incrementate favorendo la riflessione sugli aspetti visivamente salienti, promuovendo una progressiva integrazione tra conoscenze visuo-spaziali e descrizioni linguistiche.

3. Apprendimento delle abilità geometriche e disabilità intellettiva

Numerose attività della vita quotidiana sottendono competenze matematiche, che risultano pertanto essenziali per condurre vite piene e indipendenti. Il *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) ha prodotto un documento ("*Principles and Standards for School Mathematics*") che descrive le dimensioni che dovrebbero caratterizzare una formazione matematica di qualità per tutti gli studenti, dalla scuola dell'Infanzia alle superiori⁷. Tra le dimensioni relative ai contenuti, un'intera area attiene alla geometria⁸.

Nell'intero documento si fa continuo riferimento a *tutti* gli studenti e, coerentemente, tra i Principi segnalati come mezzi per il raggiungimento degli Standard è indicata, al primo posto, l'Equità: "L'eccellenza nell'educazione matematica richiede equità, alte aspettative e grande supporto per tutti gli studenti" (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000).

Tuttavia, un gruppo che spesso riceve un'istruzione matematica di scarsa qualità o addirittura assente è rappresentato dagli studenti con disabilità intellettiva. Tra i fattori più rilevanti vi è un'esposizione limitata o nulla ad opportunità di apprendimento (Browder *et al.*, 2012). Questi allievi sono infatti storicamente vittime di basse aspettative (Wehmeyer *et al.*, 2001): a causa delle etichette diagnostiche, dei risultati conseguiti nei test normativi e dei notevoli livelli di supporto necessario si osservano spesso valutazioni preconcepite su cosa questi studenti possano o meno fare.

- 7 Gli Standard relativi ai contenuti riguardano 5 aree, che tutti gli studenti dovrebbero padroneggiare: numero ed operazioni, algebra, geometria, misure, analisi dei dati e probabilità. Gli Standard di processo comprendono invece 5 tipi di abilità, che gli studenti dovrebbero sviluppare contestualmente ai contenuti: *problem solving*, ragionamento e verifica, comunicazione, collegamenti e relazioni, rappresentazione (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000).
- 8 Tra le competenze individuate in ambito geometrico figurano la capacità di analizzare le caratteristiche e le proprietà di forme geometriche bi- e tridimensionali e di sviluppare ragionamenti matematici relativi alle relazioni geometriche; specificare le posizioni e descrivere le relazioni spaziali utilizzando sistemi di coordinate di tipo geometrico o altre rappresentazioni; applicare trasformazioni e utilizzare la simmetria per analizzare situazioni matematiche; utilizzare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000).



Una prospettiva alternativa, che rifiuta limitazioni preconcepite, è la cosiddetta “*least dangerous assumption*”, secondo cui “in assenza di dati conclusivi, le decisioni educative dovrebbero essere basate su assunti che, se scorretti, abbiano i minimi effetti negativi sullo studente (Donnellan, 1984). Nel caso degli studenti con disabilità intellettiva, la “*least dangerous assumption*” è ritenere che essi possano apprendere le abilità accademiche, dato che assumere il contrario ne limiterebbe le opportunità educative (Jorgensen, 2005)⁹.

Se la legislazione italiana sull’inclusione scolastica è certamente tra le più avanzate, anche nel nostro Paese la sua implementazione risulta molto eterogenea e spesso mancano buone pratiche basate sull’evidenza, che garantiscano agli studenti con disabilità intellettiva un equo accesso a questi apprendimenti.

Se dunque tutti i bambini necessitano di solide competenze matematiche di base, altrettanto si può dire per le competenze geometriche: la geometria rappresenta infatti un utile supporto per dare un senso alle esperienze spaziali nell’ambiente di vita e contribuisce a sviluppare le abilità di pensiero matematico connesse a concetti di tipo visuo-spaziale (Burger, 1985). Rappresenta inoltre il dominio che collega la matematica alla realtà fisica e fornisce strumenti per rappresentare fenomeni che in origine non hanno una natura visiva (ad esempio attraverso grafici e diagrammi), stabilendo una coerenza generale tra molte dimensioni dell’esperienza attraverso l’applicazione di un comune linguaggio matematico (Sarama e Clements, 2009).

Gli Standard in ambito geometrico stabiliti dal *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) per i bambini dalla scuola dell’Infanzia al secondo anno della scuola Primaria prevedono:

1. La capacità di riconoscere, denominare, rappresentare attraverso il disegno, confrontare e distinguere forme geometriche bi- e tridimensionali;
2. La capacità di descrivere gli attributi e le parti di forme geometriche bi- e tridimensionali;
3. La capacità di analizzare e prevedere il risultato della giustapposizione di forme geometriche bi- e tridimensionali.

Oltre a descrivere vari livelli di sviluppo del pensiero geometrico, Van Hiele (1986) ha descritto nel proprio modello alcune proprietà, che possono risultare particolarmente utili nella didattica della geometria ed estremamente rilevanti nel caso della disabilità intellettiva¹⁰.

Uno dei problemi che spesso incontrano i bambini con disabilità intellettiva nel momento in cui vengono esposti all’apprendimento della geometria, alla scuola Primaria, è di essere proiettati direttamente al secondo livello di Van Hiele (1986),

9 Per un’ampia meta-analisi della letteratura relativa all’insegnamento della matematica nella disabilità intellettiva di veda Browder *et al.* (2008) e, per una revisione degli studi più recenti, Lyon (2014).

10 Secondo la proprietà *sequenziale*, il passaggio da un livello al successivo avviene nell’ordine proposto dal modello: per passare al livello successivo è dunque indispensabile che il bambino abbia acquisito le strategie del livello precedente.

Nella proprietà, denominata *del passaggio tra i livelli*, si ipotizza che i progressi da un livello al successivo dipendano non tanto dall’età ma dall’educazione fornita al bambino.

Le proprietà *intrinseca ed estrinseca* prevedono che l’oggetto di interesse di un dato livello diventi oggetto di studio del livello successivo. Al primo livello, ad esempio, il bambino impara a denominare le figure in base a caratteristiche percettive. Ogni figura possiede delle proprietà, ma queste possono essere scoperte, comprese ed analizzate solo al secondo livello.

La proprietà *linguistica* postula che ogni livello sia caratterizzato da un linguaggio specifico, che può



cioè al livello descrittivo-analitico, senza aver avuto l'opportunità di transitare attraverso i livelli precedenti: i compiti proposti richiedono il riconoscimento delle forme sulla base della comprensione delle loro proprietà e l'impiego di concetti geometrici formali per descrivere le relazioni spaziali tra le parti delle figure. In tali condizioni, i bambini incontreranno enormi difficoltà a seguire i processi di pensiero proposti, e non riusciranno a maturare un vero e proprio apprendimento. Anche qualora imparassero, per abitudine, a manipolare relazioni delle quali non possono partecipare alla costruzione, sarà difficile conservare nella memoria a lungo termine una rete di concetti non fondata su esperienze percettive personali. Nel migliore dei casi, essi non conosceranno altro oltre a ciò che gli è stato insegnato (Crowley, 1987).

Il percorso PAPS relativo al concetto di Forma, esposto nel presente articolo, muove anche dalla volontà di esporre precocemente i bambini con disabilità intellettiva ad una educazione al pensiero geometrico, che consenta loro di affrontare quest'ambito concettuale a partire dalle sue fondamenta, e cioè dai livelli di pre-riconoscimento e visivo/sincretico.

4. Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale e lo sviluppo del concetto di Forma

Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale (PAPS) di Leoni e Pavan è un approccio di recente acquisizione specificamente rivolto all'intervento cognitivo precoce, studiato per essere applicabile con bambini con disabilità intellettiva e disturbi dell'apprendimento a partire dai 18 mesi di età (Leoni e Pavan, 2016).

Il percorso per lo sviluppo del concetto di Forma, esposto nel presente articolo, necessita di una serie di prerequisiti di carattere attentivo: sebbene venga generalmente proposto nel periodo della scuola dell'Infanzia, nel caso dei bambini a sviluppo atipico esso richiede che abbiano affrontato un percorso di potenziamento delle Attività Cognitive Primarie al fine di consolidare le diverse dimensioni attentive, avviato fin dai primi anni di vita (Pavan & Leoni, 2017).

Nel PAPS, la formazione dei concetti viene descritta come un processo di astrazione crescente, che attraversa tre fasi fondamentali o livelli: il *livello sensomotorio*, quello *preoperatorio* e quello *rappresentativo* (Leoni & Pavan, 2018)¹¹.

Le attività PAPS relative al concetto di Forma affrontano inizialmente tre forme di base (Cerchio, Quadrato e Triangolo) come attributi percettivi degli oggetti (es. piatto circolare, moneta circolare, specchio circolare); gli attributi percettivi orien-

essere considerato corretto all'interno di quel particolare livello, ma che può essere ulteriormente ampliato ad un livello successivo.

Secondo la proprietà della *discrepanza*, infine, il tipo di educazione fornita deve essere coerente con il livello dell'allievo: se viene fornita un'istruzione che si colloca a un livello più alto, lo studente incontrerà difficoltà nel seguire i processi di pensiero proposti dall'insegnante (Van Hiele, 1986; Sbaragli & Mammarella, 2011).

- 11 La prima fase, definita *livello sensomotorio* per analogia con la descrizione piagetiana, corrisponde ad uno sviluppo concettuale in cui il bambino è in grado di accedere alla rappresentazione mentale del concetto in questione soltanto quando tutti i suoi canali neurosensoriali sono direttamente attivati dalle proprietà percettive corrispondenti. Inizialmente tali proprietà sono esperite dal bambino in maniera isolata ed episodica, per poi aggregarsi in corrispondenza di una prima rappresentazione mentale dell'oggetto da cui dipendono. A questo livello, il bambino riesce però a richiamare la rappresentazione mentale solo mentre fa diretta esperienza dell'oggetto attraverso i sensi. Più ampia



tano i bambini a cogliere una particolare caratteristica degli oggetti, cioè la loro specifica forma, strutturando il concetto corrispondente (Concetto: Cerchio); le diverse forme verranno successivamente categorizzate nel corrispondente concetto sovraordinato (Concetto Sovraordinato: Forma) (Figura 1).



Figura 1 – Il Concetto di Forma: astrazione crescente

Le attività descritte nei paragrafi che seguono procedono secondo una scansione generale che ricapitola nelle sue tappe e procedure quanto già descritto in un precedente articolo relativamente al concetto di Colore (Leoni & Pavan, 2018).

4.1 Forma: Livello Sensorimotorio

Con il termine *Forma* ci si riferisce genericamente all'aspetto esteriore di un oggetto o di una sua rappresentazione, determinato principalmente dal decorso del suo contorno.

Come per il Colore, si tratta di una caratteristica intrinseca, che dipende cioè da proprietà dell'oggetto stesso e non dalle sue relazioni con altri oggetti.

e ripetuta è tale esperienza, più la rappresentazione concettuale corrispondente risulterà ricca e significativa.

Il *livello preoperatorio* è la fase in cui il bambino inizia a manipolare simboli: a questo livello il simbolo è costituito da un oggetto che ne rappresenta un altro. Questa seconda fase di sviluppo concettuale si accompagna ad un progressivo distanziamento tra il bambino e l'oggetto, che viene collegato al proprio contesto e collocato all'interno di un gruppo di elementi simili mediante un processo graduale di generalizzazione. Il bambino è progressivamente meno dipendente dalla stimolazione concomitante di tutti i canali sensoriali, ed è in grado di recuperare alcuni degli attributi mancanti grazie alla propria rappresentazione mentale e di utilizzare gli oggetti come sostituti con valore pre-simbolico. L'accesso alla rappresentazione mentale è però ancora dipendente dalla stimolazione diretta del canale tattile, richiede cioè la manipolazione di oggetti tridimensionali concreti ad integrare le informazioni provenienti dal canale visivo.

Nella fase successiva, definita *livello rappresentativo* (che corrisponde in Piaget alla transizione tra la fase del pensiero intuitivo a quella delle operazioni concrete), il bambino acquisisce una graduale capacità di prescindere dalla stimolazione sensoriale, accedendo alla rappresentazione mentale attraverso sostituti simbolici di astrazione crescente.

Vertice del percorso è rappresentato dalla categoria di appartenenza del concetto in questione, cioè dal concetto sovraordinato, legato ad una comprensione progressivamente più consapevole e verba-



Nel PAPS, il punto di partenza per avviare la strutturazione del concetto di Forma è guidare il bambino a familiarizzare con due attributi essenziali della Forma: *Curvilineo* e *Rettilineo*. Ciò ha da un lato lo scopo di orientare il bambino sull'aspetto che determina la forma di un oggetto, e cioè il decorso del suo contorno, e dall'altro di definire due caratteristiche di base utili per riconoscere (e in seguito descrivere) le forme geometriche piane¹².

Per svolgere le attività PAPS a livello sensomotorio sono stati predisposti due gruppi di sagome, di cartone pesante o compensato: il primo gruppo contiene forme a contorno esclusivamente *Curvilineo*, mentre il secondo contiene poligoni¹³ non intrecciati, cioè figure delimitate esclusivamente da segmenti *Rettilinei* (Figura 2).

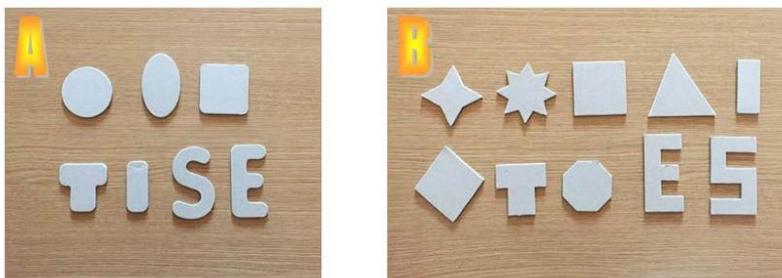


Figura 2 – Sagome PAPS a contorno Curvilineo (2A) e a contorno Rettilineo (2B)

A questo livello, le attività propongono ai bambini l'esperienza diretta dei due attributi percettivi della Forma. Un obiettivo coesistente di questa prima fase del lavoro è mediare le competenze motorie necessarie per l'esplorazione del contorno delle figure, rilevanti in particolare in presenza di disprassie o ritardi nello sviluppo motorio. Il bambino potrà quindi tenere la forma con una mano, utilizzando una presa a pinza, ed esplorare il contorno con un dito dell'altra mano. In alternativa, la forma potrà essere tenuta ferma con una mano appoggiata ad una superficie, esplorando il contorno con un dito dell'altra mano (Figura 3).

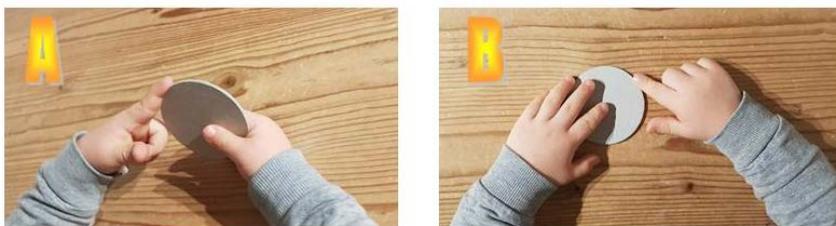


Figura 3 – Esplorazione tattile del contorno delle forme.

lizzabile degli attributi definitivi e periferici che delimitano la classe in questione (Leoni e Pavan, 2018).

- 12 Per forma geometrica piana si intende un insieme continuo di punti del piano delimitato da una linea chiusa e non intrecciata.
- 13 Per poligono si intende una forma geometrica piana delimitata da una linea spezzata chiusa.



Di seguito si riportano le attività PAPS svolte con il gruppo delle sagome a contorno curvilineo a titolo di esempio.

Sagome curvilinee PAPS

A. Presentare al bambino le sagome a contorno curvilineo, e lasciare che le esperisca liberamente per una prima fase di familiarizzazione.

Dato che queste attività vengono generalmente proposte alla scuola dell'Infanzia, all'attributo curvo può anche essere associato il termine tondo, più familiare per i bambini e più facile da articolare in presenza di difficoltà di linguaggio.

B. Invitare quindi il bambino ad esplorare il contorno delle sagome, enfatizzando con la voce e con i gesti la smussatezza e l'assenza di discontinuità nette in tali forme:

es. "Senti con il dito! È tonda, tonda, tonda...", etc.

C. Alternarsi con il bambino nell'esplorazione delle sagome, facendogliela scorrere e rotolare delicatamente sulla pelle (ad esempio lungo le braccia o le gambe) in modo che le possa percepire in termini sensoriali e che aumenti la stimolazione attraverso il canale tattile.

D. Guidare il bambino a svolgere l'attività di esplorazione del contorno in modo progressivamente più autonomo e sistematico.

E. Dopo un'estesa fase sensoriale relativa alle forme a contorno curvilineo, intervallare ad esse una forma a contorno rettilineo e favorirne un'esplorazione comparativa, sottolineando la presenza dei segmenti dritti (i lati) e delle punte (gli angoli):

es. "Senti con il dito! Dritto, dritto...e qui? Ah! Ah! C'è una punta! Dritto... Punta!", etc.

F. Presentare analogamente il gruppo delle sagome a contorno rettilineo, procedendo anche in questo caso inizialmente per procedura singola (esplorando cioè le sole sagome poligonali) ed in seguito comparativamente (alternandole ad una sagoma curvilinea).

Una volta che il bambino ha raggiunto un buon grado di familiarità con i due attributi in questione, è possibile proporre le prime attività di scelta, accompagnate da brevi fasi di rinforzo percettivo. Di seguito si riportano le attività proposte nel PAPS per strutturare la scelta delle forme a contorno curvilineo a titolo di esempio (Figura 4A).

Attività PAPS di scelta: sagome curvilinee

A. Utilizzando coppie di sagome, una a contorno curvilineo ed una a contorno rettilineo, proporre attività di individuazione di quella curvilinea:

es. "Guarda che forme ti ho preparato: una...e due. Qual è quella curva? Quella con il bordo tondo tondo...", etc.

B. Proporre inizialmente sagome altamente dissonanti sul piano della forma, utilizzando ad esempio il cerchio (massimamente curvilineo) ed una stella a 6-8 punte (con un elevato numero di angoli molto acuti, e dunque più facilmente percepibili).

C. Ridurre progressivamente la dissonanza percettiva tra le forme proposte, passando da distrattori distali (cioè fortemente dissonanti) a distrattori sempre più prossimali (cioè meno dissonanti sul piano percettivo).

D. Operare per procedura singola, mantenendo cioè costante la richiesta di individuare la forma curva/tonda.

E. Il mediatore avrà cura di presentare i compiti con opportune variazioni nella cornice ludica, nella disposizione degli oggetti e nella formulazione richieste, allo scopo di suscitare l'interesse ed il coinvolgimento del bambino e di stimolare la flessibilità e l'attenzione alle istruzioni.



Una volta raggiunto un adeguato grado di familiarità sensomotoria con i due attributi in questione è possibile presentare al bambino la prima forma geometrica regolare: il cerchio.

A livello sensomotorio, il cerchio può essere identificato da un suo attributo fortemente percettivo: è l'unica "forma curva/tonda che rotola".

Sarà quindi possibile proporre ulteriori attività di scelta all'interno del gruppo di sagome a contorno curvilineo, invitando il bambino ad identificare il cerchio rispetto alle altre sagome del suo insieme di appartenenza. Anche in questo caso è opportuno procedere aumentando in modo graduale l'impegno percettivo della scelta (Figura 4B).

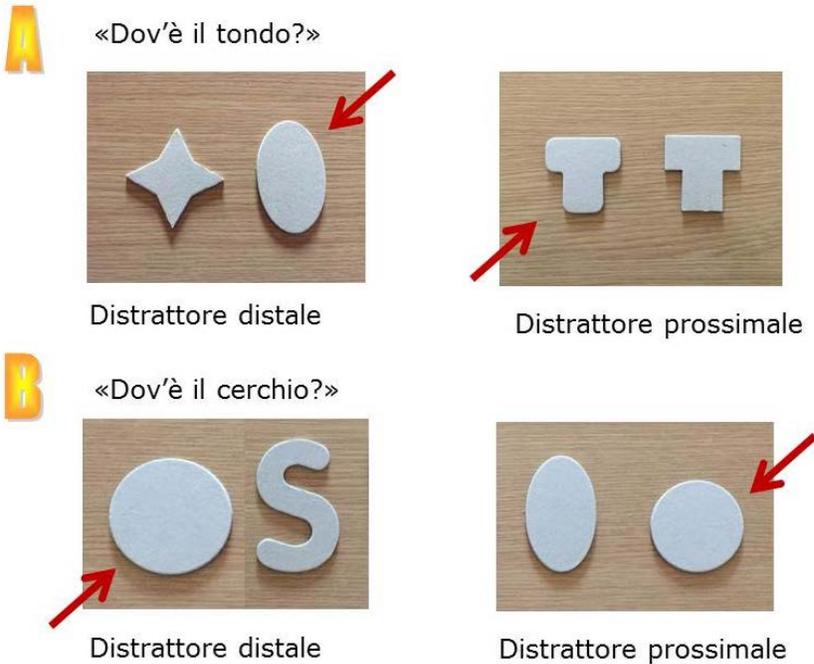


Figura 4 – Attività di scelta e rinforzo sensomotorio.

4A. Scelta della forma curvilinea tra coppie di sagome, di cui una a contorno rettilineo e l'altra a contorno curvilineo

4B. Scelta del Cerchio tra coppie di sagome, entrambe a contorno curvilineo

4.2 Forma: Livello Preoperatorio

Dopo un adeguato periodo di consolidamento sensomotorio con la prima forma di base (Cerchio) è possibile iniziare ad utilizzare le figure logiche¹⁴.

14 Le figure logiche (o blocchi logici) sono uno strumento didattico utilizzabile per introdurre i bambini della scuola Primaria alle forme geometriche, alla tabulazione ed alla classificazione. Si tratta di forme in legno o plastica suddivise per forma, colore, dimensione e spessore, disponibili in commercio in più varianti.



Al fine di consentire ai bambini di familiarizzare con tali oggetti è opportuno proporre inizialmente attività sensorie con i soli cerchi (Figura 5).

A



Figure Logiche



Cerchio:
Livello Sensoriale

Figura 5 – Figure logiche

Utilizzando le figure logiche è quindi possibile avviare attività preoperatorie di scelta per Forma, graduate per complessità ed astrazione crescenti. Si tratta di compiti proposti in fase di decodifica, che non richiedono cioè l'impiego del linguaggio in produzione da parte del bambino.

Di seguito si riportano le attività PAPS per strutturare la scelta del Cerchio come esemplificazione del percorso (Figura 6).

Attività PAPS di scelta per Forma: Cerchio

A. Utilizzando coppie di figure logiche, proporre attività di scelta del Cerchio. Utilizzare inizialmente coppie di figure uguali per Colore e Dimensione, che differiscano cioè solo per la Forma, allo scopo di minimizzare la dissonanza percettiva degli attributi irrilevanti, consentendo al bambino di concentrarsi sull'attributo critico:

es. Cerchio giallo grande vs. triangolo giallo grande; cerchio blu piccolo vs. quadrato blu piccolo, etc.

B. In una fase iniziale è opportuno far seguire alla scelta una verifica sensoriale, in modo che l'approccio non sia legato esclusivamente alla gestalt visiva:

es. "Controlla con il dito che sia proprio il Cerchio...esatto, è tondo tondo! Adesso prova a vedere se rotola...giusto, è proprio lui! È il tondo che rotola!", etc.



- C. Operare per procedura singola, mantenendo cioè costante la richiesta:
es. “Indica/tocca/prendi il cerchio”.
- D. Dopo un’adeguata fase di consolidamento, aumentare la complessità del compito proponendo l’attività di scelta tra terne di figure logiche. Anche in questo caso, utilizzare per ciascuna scelta figure uguali per Colore e Dimensione:
es. Cerchio rosso grande vs. triangolo rosso grande vs. quadrato rosso grande, etc.
- E. Aumentare successivamente l’astrazione del compito proponendo l’attività di scelta tra coppie di figure che differiscano, oltre che per la Forma, anche per il Colore o per la Dimensione:
es. Cerchio giallo grande vs. triangolo rosso grande; cerchio blu piccolo vs quadrato blu grande, etc.
- In questo caso il bambino dovrà inibire i parametri irrilevanti (Colore e Dimensione) ed individuare l’oggetto sulla base del criterio della Forma.
- F. Proporre infine l’attività di scelta tra terne di figure, diverse tra loro, oltre che per la Forma, anche per il Colore e la Dimensione:
es. Quadrato giallo piccolo vs. triangolo rosso grande vs. cerchio blu piccolo, etc.
- G. Il mediatore avrà cura di presentare i compiti con opportune variazioni nella disposizione degli oggetti e nella formulazione richieste, stimolando la flessibilità e l’attenzione alle istruzioni.
- H. Saranno inoltre proposte opportune variazioni nella cornice ludica, allo scopo di suscitare l’interesse ed il coinvolgimento del bambino: al termine delle scelte, ad esempio, i cerchi verranno utilizzati come giostrine per degli animaletti, etc.



Due figure logiche uguali per Colore e Dimensione



Tre figure logiche diverse per Colore e Dimensione



Esempio di cornice ludica

Figura 6 – Cerchio: Attività preoperatorie di scelta
6A. Scelta tra coppie di figure logiche uguali tra loro per Colore e Dimensione
6B. Scelta tra terne di figure logiche diverse tra loro per Colore e Dimensione
6C. Esempio di cornice ludica



Dopo un adeguato consolidamento del Cerchio è possibile introdurre una seconda forma di base (es. Triangolo), nuovamente a partire dal livello sensorio-motorio¹⁵.

A questo livello è importante fornire al bambino un aggancio esperienziale che gli consenta di discriminare questa forma dal Quadrato, anch'esso a contorno rettilineo, che verrà presentato in seguito. A tale scopo, vengono proposte attività di costruzione di figure utilizzando i blocchi logici, nelle quali il Triangolo formi una parte significativa (Figura 7): es. il tetto della casetta, il becco dell'uccellino, il cappello di Pinocchio, la tenda degli indiani, il cono del gelato, la chioma del pino, etc.

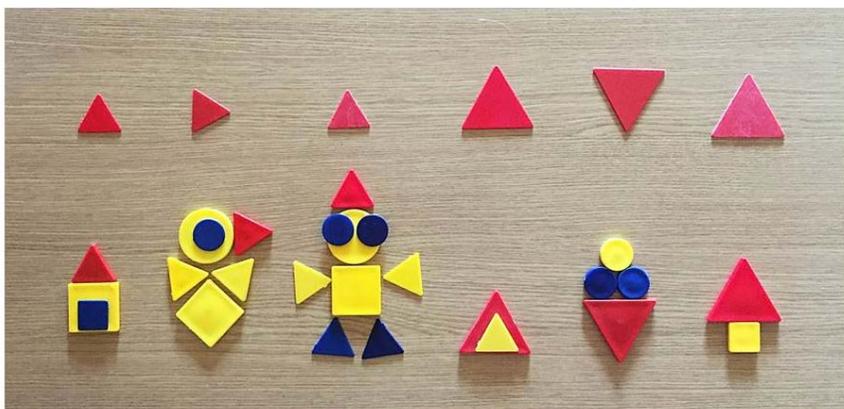


Figura 7 – Triangolo: Livello Sensorio-motorio

Durante le successive attività di scelta per la seconda forma di base è opportuno procedere, come sempre nel PAPS, inizialmente per procedura singola, chiedendo cioè esclusivamente il Cerchio o esclusivamente il Triangolo in scelte ripetute per ciascuna sessione di lavoro.

Dopo un'adeguata fase di interiorizzazione di entrambe le forme singolarmente sarà possibile proporre l'attività di scelta variando la consegna in modo ritmico tra esse (2-3 richieste del Cerchio, 2-3 del Triangolo; 2-3 richieste del Cerchio, 2-3 del Triangolo, etc.), per poi passare a proporre l'attività alternando le richieste in modo casuale, secondo le istruzioni del mediatore. Verrà in tal modo consolidata una crescente flessibilità del focus attentivo rispetto alla consegna ed al recupero degli attributi percettivi della Forma.

In seguito, con la stessa sequenza di proposte è possibile procedere all'introduzione della terza forma di base (es. Quadrato).

Dal punto di vista cognitivo, come per il lavoro in tutte le aree concettuali del

15 Sebbene la letteratura riporti che i bambini riconoscano il quadrato con un'accuratezza superiore a quella del triangolo (Clements et al., 1999), nel PAPS viene generalmente presentata prima quest'ultima figura perché, essendo caratterizzata da angoli più acuti, ha un impatto sensorio-motorio maggiore e viene discriminata più facilmente dai bambini piccoli con disabilità intellettiva. I blocchi logici includono esclusivamente triangoli equilateri, che evitano le difficoltà di riconoscimento legate alla potenziale eterogeneità di questa forma.



PAPS, l'obiettivo della mediazione è il progressivo consolidamento degli aspetti procedurali e strategici sottesi alle attività di scelta: il Contatto Oculare Protratto durante la comunicazione della consegna, la Focalizzazione sequenziale dello sguardo sugli oggetti tra i quali scegliere e l'Autocontrollo Psicomotorio in fase di osservazione e di risposta.

L'applicazione di tali strategie, con il supporto della mediazione, guida il bambino nella loro graduale interiorizzazione all'interno del proprio repertorio strategico e nella loro progressiva generalizzazione (Pavan & Leoni, 2017).

Da punto di vista linguistico, le attività finora descritte non richiedono che il bambino utilizzi il linguaggio espressivo e promuovono l'acquisizione dei contenuti proposti in fase di decodifica, stimolando cioè il linguaggio ricettivo.

Man mano che il bambino acquista la capacità di articolare proto-parole riconoscibili per i nomi delle forme di base e sviluppa il linguaggio in produzione è possibile alternare compiti che promuovano la codifica attiva, cioè la denominazione delle forme, aumentando gradualmente la complessità e l'impegno linguistico delle proposte.

Di seguito si riportano le attività PAPS per strutturare la denominazione per Forma (Figura 8).

Attività PAPS di Lettura per Forma

A. Predisporre file di figure logiche delle forme note.

B. Utilizzare inizialmente file monotone, formate cioè da figure della stessa Forma (es. tutti Cerchi, oppure tutti Triangoli o tutti Quadrati).

Come per le attività di scelta, utilizzare inizialmente figure uguali anche per gli attributi irrilevanti (Colore e Dimensione), per focalizzare la percezione del bambino sull'attributo critico.

C. Sarà successivamente possibile, mantenendo le file di figure monotone rispetto alla Forma, utilizzare blocchi logici con attributi secondari variabili, che richiedano al bambino un maggior orientamento cognitivo per selezionare l'etichetta verbale rilevante, superando le dissonanze percettive determinate dagli attributi irrilevanti.

C. Passare quindi alla lettura di file ritmiche, formate cioè da brevi moduli ripetuti di due forme diverse (es. 2-3 Cerchi, 2-3 Triangoli; 2-3 Cerchi, 2-3 Triangoli, etc.).

D. Passare infine alle file miste, in cui le due forme siano disposte in sequenza casuale.

E. Quando le competenze cognitive e linguistiche lo consentono, aggiungere alle varie tipologie di file la terza forma di base (es. Quadrato).



A. Fila monotona



Figure uguali per Forma, Colore e Dimensione



Figure uguali per Forma e diverse per Colore e Dimensione

B. Fila ritmica



Ritmica a due forme



Ritmica a tre forme

C. Fila mista



Figura 8 – Il concetto di Forma: attività in fase di codifica
8A. Livello preoperatorio: attività di denominazione per Forma in file monotone
8B. Livello preoperatorio: attività di denominazione per Forma in file ritmiche
8C. Livello preoperatorio: attività di denominazione per Forma in fila mista

Analogamente a quanto già descritto in un lavoro precedente per il concetto di Colore, nella fase iniziale del lavoro in codifica è possibile osservare un disallineamento tra la capacità di riconoscere una certa forma in decodifica e quella di nominarla correttamente. Ciò non deve essere confuso con una regressione, dato che si tratta di due competenze distinte (Leoni & Pavan, 2018).

4.3 Forma: Livello Rappresentativo

Oltre ad essere una caratteristica degli oggetti, la Forma rappresenta anche un concetto sovraordinato: un parametro che può essere cioè utilizzato come base per la classificazione o il confronto di oggetti.

Questo aspetto risulta più astratto rispetto a quello di Forma considerata come attributo degli oggetti, e richiede da parte del bambino un'operazione di generalizzazione (Figura 1).

Già a livello preoperatorio è possibile avviare il passaggio verso questo nuovo livello di astrazione concettuale, proponendo le prime attività di classificazione per Forma, procedendo in modo analogo a quanto descritto in un precedente articolo per il concetto di Colore (Leoni & Pavan, 2018).

Di seguito si riportano le attività PAPS per avviare lo sviluppo della classificazione per Forma.



Prime classificazioni PAPS per Forma

- A. Fornire al bambino due contenitori uguali tra loro, preferibilmente trasparenti, presentati come “Case delle Forme”.
- B. Invitare il bambino a deporre una figura logica di una forma nota in uno dei due contenitori, denominando la casa con il nome corrispondente (es. Casa del Cerchio).
- C. Successivamente, fornire al bambino una figura logica di una diversa forma, e guidarlo a deporla nel secondo contenitore, denominando la casa con il nome corrispondente (es. Casa del Triangolo).
- D. Fornire sequenzialmente al bambino un certo numero di figure della prima Forma, invitandolo a posizionarli nella casa precedentemente identificata, procedendo cioè ad una classificazione per procedura singola.
- Ciò ha lo scopo di favorire la comprensione del compito attraverso un rinforzo percettivo.
- E. Fornire quindi al bambino un certo numero di figure della seconda Forma da deporre nella casa corrispondente, procedendo cioè ad una seconda fase di classificazione per procedura singola.
- F. Al termine, far osservare al bambino il risultato:
“Guarda la casa del Cerchio: cerchio, cerchio, cerchio...sono tutti cerchi! ... E qui? Qui non sono cerchi, sono triangoli! Triangolo, triangolo, triangolo...è la casa del Triangolo!”, etc.
- G. Nelle sessioni successive, procedere alla classificazione per procedura ritmica: fornire cioè al bambino 2-3 Cerchi, 2-3 Triangoli, 2-3 Cerchi, 2-3 Triangoli, etc., supportandolo inizialmente nello spostamento del focus attentivo tra le due case.
- H. Dopo un’adeguata fase di consolidamento è possibile proporre attività di classificazione per procedura alternata, fornendo cioè le due forme in sequenza casuale.
- I. Dopo un’adeguata fase di interiorizzazione dell’operazione con due contenitori sarà possibile aggiungere una terza casa, corrispondente alla terza forma di base (es. Quadrato).
- L. Se gli strumenti verbali in produzione lo consentono, è possibile lavorare sulla denominazione delle forme nel contesto di attività di classificazione accoppiata alla codifica:
es. “Che Forma è?” ... “In che casa lo mettiamo?”, etc.

Una volta avviata l’operazione della classificazione a livello preoperatorio (utilizzando cioè oggetti concreti) è possibile approdare al livello rappresentativo. Per il concetto di Forma, il PAPS utilizza degli strumenti, chiamati Alberi dei Concetti, già descritti in precedenza per il concetto di Colore (Leoni & Pavan, 2018).

Le prime attività impiegano gli Alberi delle Forme di Base: l’Albero del Cerchio, l’Albero del Quadrato e l’Albero del Triangolo (Figura 9A).

Gli Alberi PAPS delle Forme di Base

- A. Presentare il primo Albero (es. Albero del Cerchio), proponendo un’attività di familiarizzazione con lo strumento e con le sagome colorate corrispondenti.
- B. Invitare il bambino ad attaccare e staccare dall’Albero le figure ritagliate in gomma Eva o altro materiale analogo, facendole aderire sull’albero tramite del velcro.
- C. Giocare con le sagome che si trovano sull’Albero, nominandone la Forma.
- D. Utilizzare quindi l’Albero nel contesto di attività di scelta e raggruppamento per procedura singola:
es. “Scegli il Cerchio” ... “Giusto! Adesso attacca la figura sul suo Albero!”, etc.



- E. Una volta introdotti almeno due Alberi, proporre attività di classificazione delle sagome in base alla Forma, generalizzando la procedura utilizzata nelle prime classificazioni a livello preoperatorio.
- F. Procedere inizialmente alla classificazione per procedura singola, poi per procedura ritmica ed infine in sequenza casuale, favorendo in tal modo il consolidamento della flessibilità nel focus attentivo.

L'impiego degli Alberi delle Forme di Base aiuta inoltre i bambini ad avviare il riconoscimento delle forme ruotate, dato che le sagome possono essere fatte aderire al velcro in qualunque orientamento (Figura 9A, ingrandimento).

Come per il concetto di Colore, il passaggio successivo consiste nel sostituire i tre alberi separati con un unico albero, l'Albero della Forma, che li racchiude in sé, generalizzando la Forma come concetto sovraordinato (Figura 1).

In questo caso l'Albero è predisposto in modo da presentare sezioni di chioma distinte per i poter classificare fino a 5 forme diverse, più un'ulteriore forma che può essere classificata in corrispondenza del tronco (Figura 9B).

L'albero può inizialmente essere usato per la classificazione delle tre forme di base, cui aggiungere altre forme comuni (es. forma di cuore, di stella, di fiore, di farfalla, etc.).

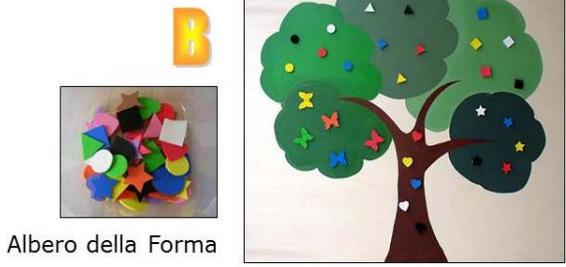
In un secondo momento sarà possibile utilizzare l'albero anche per la classificazione di ulteriori forme geometriche (es. rettangolo, rombo, etc.), per la classificazione delle 5 Vocali o delle 5 Sillabe di ciascuna famiglia consonantica.

L'Albero PAPS della Forma

- A. Presentare al bambino l'Albero della Forma e guidarlo nella sua osservazione, per individuare la presenza dei diversi settori di chioma, identificati da un diverso tono di verde.
- B. Proporre quindi al bambino attività di classificazione delle sagome in base alla Forma, usando i diversi settori della chioma al posto degli alberi singoli.
- C. Aumentare gradualmente il numero di forme da classificare con lo sviluppo delle competenze cognitive e strategiche sottese al compito e con il procedere dell'interiorizzazione delle diverse forme e della capacità di classificazione.



Alberi del Cerchio, del Triangolo e del Quadrato



Albero della Forma

Figura 9 – Il concetto di Forma: gli Alberi dei Concetti
9A. Livello rappresentativo: gli Alberi delle Forme di Base
9B. Livello rappresentativo: l'Albero della Forma

5. Il PAPS per la didattica inclusiva

Grazie alla loro strutturazione, le attività del PAPS possono essere proposte in contesti e setting applicativi diversificati. Oltre a poter essere presentate in una modalità individuale, da parte di genitori, famigliari e dalle figure professionali dell'équipe educativo-riabilitativa, le attività PAPS offrono un percorso inclusivo applicabile alla scuola dell'Infanzia.

Il PAPS, esteso all'intera classe o declinato in momenti di lavoro a coppie o in piccoli gruppi, permette infatti di costruire un percorso flessibile per favorire lo sviluppo cognitivo e concettuale di tutti, particolarmente indicato laddove siano inseriti bambini a sviluppo atipico.

Nelle immagini che seguono sono riportate alcune delle attività previste dal percorso PAPS, collocate all'interno della didattica ordinaria, svolte in una sezione della scuola dell'Infanzia "Caduti in Guerra" di Gargallo di Carpi (RE), nella quale è inserita una bambina con sindrome di Down, le cui maestre hanno seguito una formazione al PAPS.

I bambini sono stati inizialmente coinvolti in un'attività sensomotora di ricerca di oggetti a contorno curvilineo e rettilineo presenti nell'ambiente (Figura 10).



Figura 10 – Alla ricerca di Curvilineo e Rettilineo.

In seguito, i bambini sono stati avviati allo svolgimento di attività sensorie volte a strutturare le modalità di esplorazione del contorno delle forme, propedeutiche all'identificazione delle forme "Tonde e a Punta".

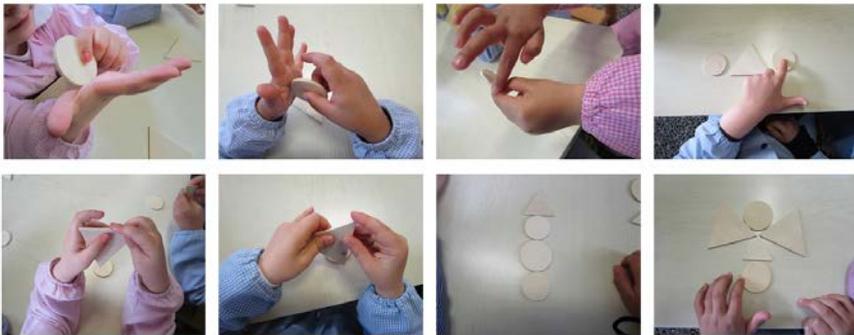


Figura 11 – Tonde o a Punta?

Di seguito si riporta a titolo di esempio un'attività creativa costruita a partire dall'esperienza sensoriale del Cerchio.



Figura 12 – Costruiamo con il Cerchio.

“Negli ultimi 10 anni sono state svolte numerose ricerche che evidenziano un’eccessiva presenza di processi di delega agli insegnanti di sostegno, marginalizzazione e sottovalutazione di questi ultimi, un aumento di fenomeni di neo marginalizzazione (push e pull-out dalla classe) degli alunni/e con disabilità, che trascorrono molto del loro tempo fuori dalla classe e dal gruppo di riferimento con i «loro» insegnanti di sostegno ed educatori/assistenti, come se questo pilastro, fatto sostanzialmente di persone «speciali», fosse l’unica risposta possibile e praticabile, senza incidere in modo significativo sulla didattica di tutti”¹⁴.

Il PAPS fornisce una possibile risposta a tali considerazioni. Come già descritto in precedenza, le attività PAPS consentono infatti ai bambini di affrontare il concetto di Forma a partire dalle sue fondamenta, cioè dai livelli di pre-riconoscimento e sincretico/visivo (Van Hiele, 1986). Ciò ha lo scopo di limitare il rischio di un apprendimento dei concetti geometrici formali di tipo esclusivamente meccanico e superficiale, in quanto non fondato su di un’esperienza personale (Crowley, 1987), rischio che appare particolarmente rilevante nel caso dei bambini a sviluppo atipico.

Nel caso di bambini che non abbiano avuto accesso alle proposte PAPS durante la scuola dell’Infanzia, le attività per lo sviluppo del concetto di Forma possono anche essere utilizzate nel contesto delle attività di geometria nei successivi gradi scolari. Vengono così forniti degli strumenti sensomotori e preoperatori che consentono, ai bambini che ne abbiano necessità, di affrontare le proposte didattiche ad un livello di astrazione adatto al loro sviluppo cognitivo e concettuale.

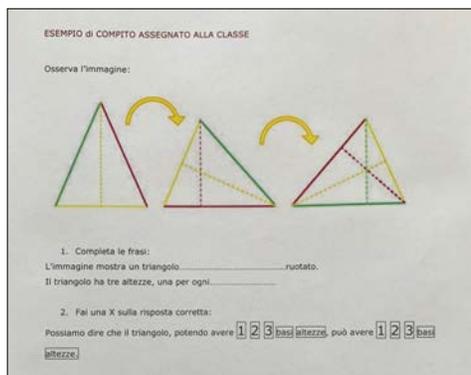


Figura 13 – Esempio di compito assegnato alla classe.

Nel caso in cui gli alunni non siano in grado di affrontare l'attività a livello rappresentativo, ruotando mentalmente le figure come previsto dal compito, il supporto preoperatorio fornisce un necessario strumento per ridurre l'astrazione della proposta senza modificarne sostanzialmente i contenuti. Ciò consente agli alunni che ne hanno bisogno di svolgere l'attività insieme ai compagni in una modalità realmente inclusiva.

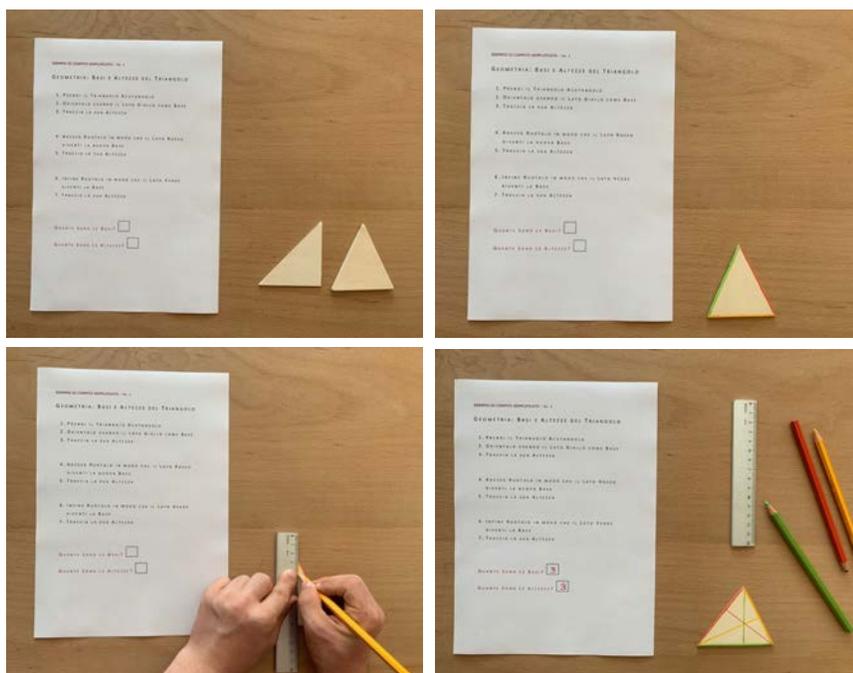


Figura 14 – Esempio di una possibile semplificazione con supporto preoperatorio.

Il processo di semplificazione può essere adeguato al livello di sviluppo motorio, cognitivo e concettuale del bambino, mantenendo tuttavia i contenuti agganciati alle proposte della classe, come nell'esempio che segue.

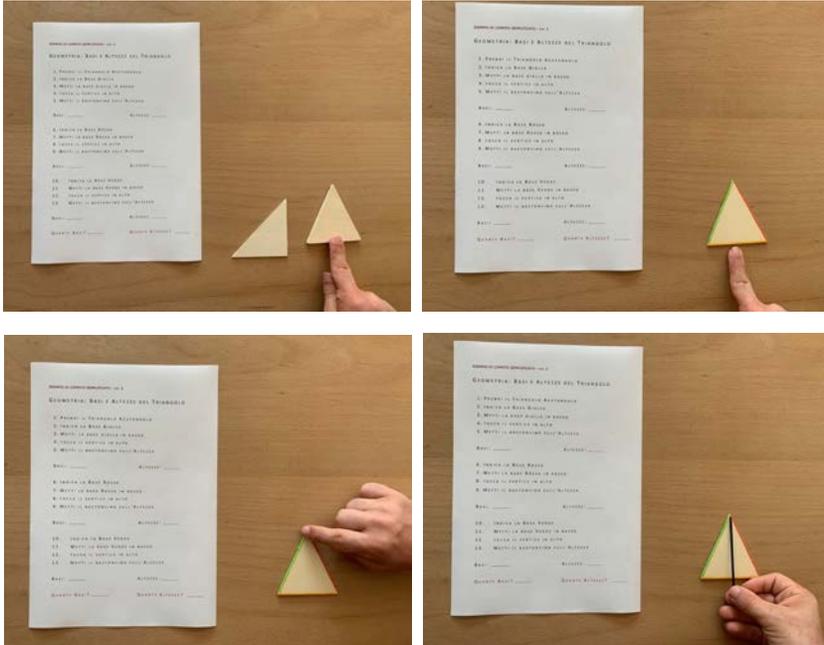


Figura 15 – Esempio di una maggiore semplificazione.

Viene in tal modo eliminata la componente grafo-motoria, consentendo al bambino di concentrare la propria attenzione sugli aspetti concettuali e processuali.

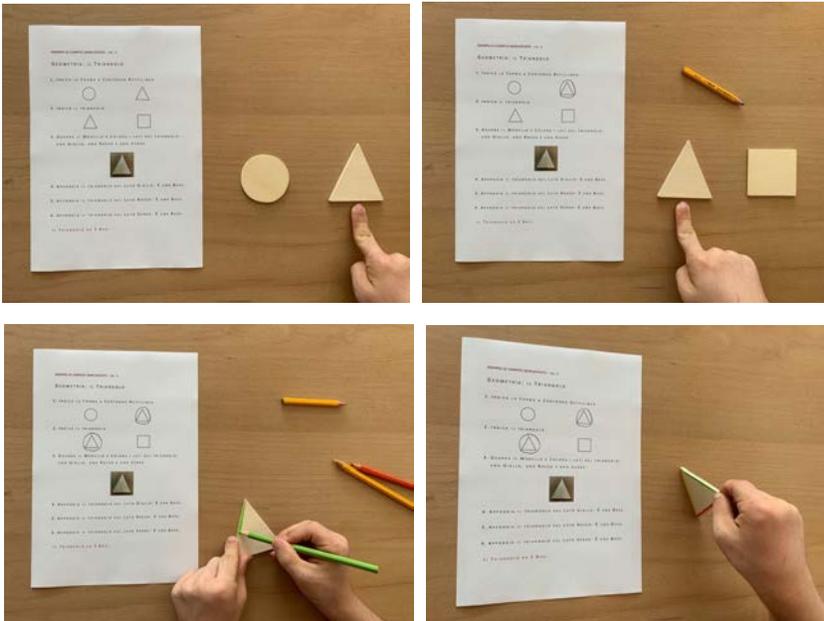


Figura 16 – Esempio di una ulteriore semplificazione



Nell'ultimo esempio l'alunno, pur avendo ancora bisogno di esperienze sensorie e preoperatorie significative, può comunque essere esposto ad alcuni aspetti qualificanti del compito in questione ed avere l'opportunità di arricchire il lessico specifico della disciplina, lavorando insieme ai compagni e sullo stesso argomento.

Uno dei problemi che interferiscono con la qualità dell'inclusione scolastica riguarda la convinzione diffusa di ritenere inaccessibili, agli alunni con disabilità intellettiva, molti dei contenuti presenti nella programmazione curricolare. Al contrario, riteniamo che esporre precocemente i bambini all'apprendimento dei prerequisiti cognitivi e concettuali e disporre di adeguati supporti sensoriali e preoperatori, anche in ambito geometrico, possa consentire a tutti gli allievi di acquisire le competenze necessarie per il raggiungimento dell'autonomia cognitiva, personale e sociale in quanto diritto fondamentale di ogni persona.

Come già anticipato, la geometria rappresenta infatti un utile supporto per dare un senso alle esperienze spaziali nell'ambiente di vita, contribuisce a sviluppare le abilità di pensiero matematico connesse a concetti di tipo visuo-spaziale (Burger, 1985) e rappresenta il dominio che collega la matematica alla realtà (Sarama e Clements, 2009).

6. Prime valutazioni di efficacia

Come più volte sottolineato, un gruppo che spesso riceve un'istruzione matematica e geometrica di scarsa qualità o addirittura assente è rappresentato dagli studenti con disabilità intellettiva (Browder *et al.*, 2012; Lyon, 2014).

Allo scopo di valutare gli esiti dell'intervento PAPS sullo sviluppo del pensiero geometrico, è stata somministrata una serie di prove sulle competenze geometriche acquisite ad un campione di 15 bambini e ragazzi con sindrome di Down, di età compresa tra i 7 e i 12 anni, dopo un percorso PAPS di almeno tre anni.

Le prove sono state selezionate dal testo "Conosco le forme: valutare e potenziare l'apprendimento della geometria" (Lucangeli *et al.*, 2009).

Il 90% circa dei bambini tra i 7 e i 10 anni riconosce correttamente il quadrato, l'80% identifica triangolo e rettangolo e il 100% individua il rombo. Le percentuali raggiungono il 100% per quadrato, triangolo e rombo nei ragazzi di 11-12 anni, con una leggera flessione (circa 80%) nel caso del rettangolo, verosimilmente legata all'interferenza dell'etichetta verbale di tale forma con quella del triangolo.

L'80% circa dei bambini tra i 7 e i 10 anni è in grado di denominare correttamente quadrato e triangolo, mentre le etichette verbali di rettangolo e rombo sono parte del repertorio verbale attivo solo nel 30% circa dei bambini. Le percentuali superano invece l'80% nel caso dei ragazzi di 11-12 anni per quadrato, triangolo e rombo, mentre appaiono leggermente più basse (67%) nel caso del rettangolo (Figura 10).

I valori complessivamente inferiori nelle prove di denominazione ("Come si chiama questa forma?") rispetto a quelle di riconoscimento ("Qual è il...?") sottolineano l'importanza di affiancare ai compiti in codifica delle prove in decodifica per valutare le conoscenze in questione nella popolazione in oggetto, spesso sottovallutate per le difficoltà nell'accesso lessicale.

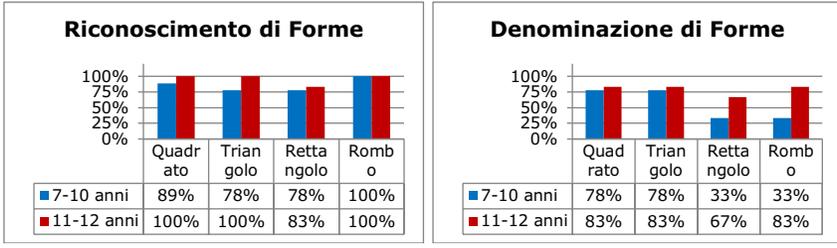


Figura 10 – Riconoscimento e denominazione di Forme

Il 78% dei bambini tra i 7 e i 10 anni sono in grado di individuare tutte e 10 le coppie di figure uguali, mentre il 22% ne identifica 9. I ragazzi di 11-12 anni identificano invece correttamente tutte e 10 le coppie di figure uguali (Figura 11).

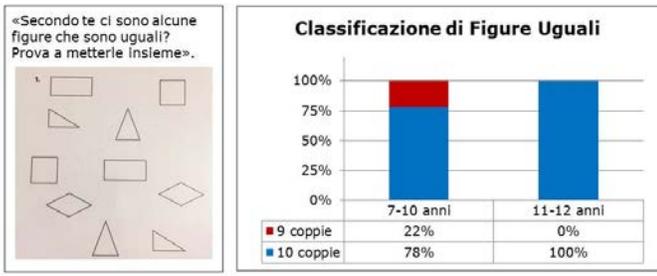


Figura 11 – Classificazione di Figure Uguali

Analoghi risultati si osservano per i bambini tra i 7 e i 10 anni in presenza di variazioni nella Dimensione, con una leggera flessione (83% identificano tutte e 10 le coppie) nel caso dei ragazzi più grandi (Figura 12).

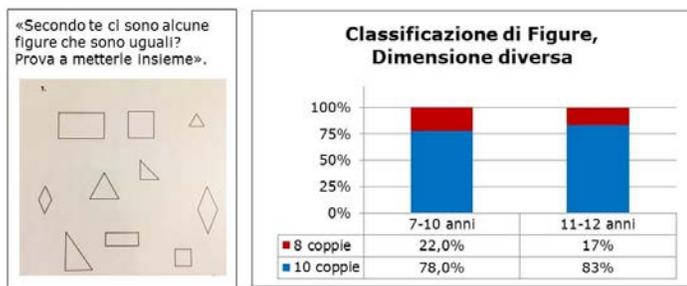


Figura 12 – Classificazione di Figure di forma uguale e dimensione diversa

Il 56% dei bambini tra i 7 e i 10 anni identificano correttamente tutte e 10 le coppie anche in presenza di variazioni nell'orientamento, mentre oltre il 30% individua comunque 8 o 9 coppie. Un solo bambino non appare in grado di svolgere la prova.

La percentuale sale nel caso dei ragazzi di 11-12 anni, il 67% dei quali è in grado di identificare tutte e 10 le coppie con diverso orientamento (Figura 13).

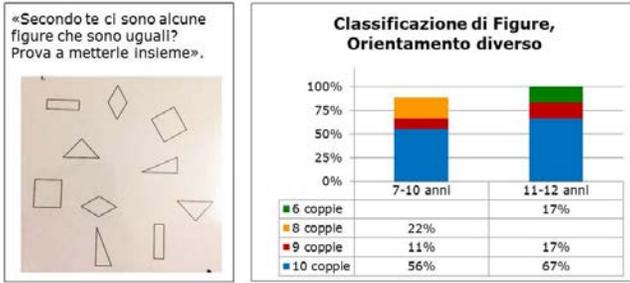


Figura 13 – Classificazione di Figure di forma uguale e orientamento diverso

Il 56% dei bambini tra i 7 e i 10 anni sono in grado di accoppiare correttamente 3 su 4 figure uguali, mentre il 22% le accoppia correttamente tutte e 4. La percentuale di risposte corrette (4/4) sale all’83% nel caso dei ragazzi di 11-12 anni (Figura 14).

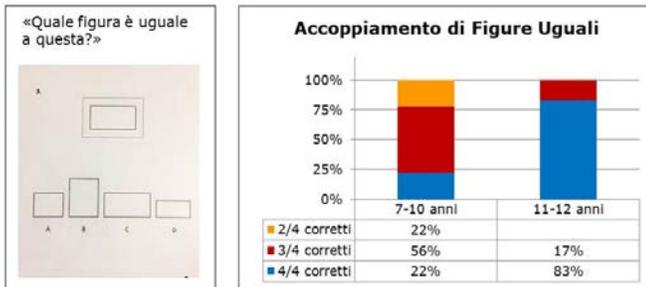


Figura 14 – Accoppiamento di Figure Uguali

Nel caso dei bambini più piccoli, gli errori di identificazione sono da attribuirsi verosimilmente a difficoltà nel controllo dell’impulsività in fase di esplorazione pre-risposta, piuttosto che a difficoltà relative al riconoscimento della forma, dato che i bambini sono in grado di correggersi ed individuare la risposta corretta in risposta alla mediazione dell’esplorazione sistematica e dell’autocontrollo psicomotorio (“Controlla bene tutte le figure con gli occhi, dall’inizio alla fine, con le mani ferme...”, etc.).

Nei compiti di colorazione di figure, infine, i bambini di 7-10 anni individuano oltre il 70% dei Rettangoli e Rombi che compongono le immagini e oltre l’80% dei Quadrati e Triangoli. Le percentuali superano rispettivamente l’85% e il 90% nel caso dei ragazzi di 11-12 anni.

Le identificazioni scorrette (colorazione di forme *off-target*) oscillano mediamente da 1,1 a 2,4 figure inappropriate nel gruppo dei più piccoli, salendo a 4 nel caso del rombo. Nel gruppo dei ragazzi più grandi le forme scorrette sono virtualmente assenti per quadrato e triangolo, attestandosi al 1,3 per il rettangolo e salendo a 4,6 nel caso del rombo (Figura 15).

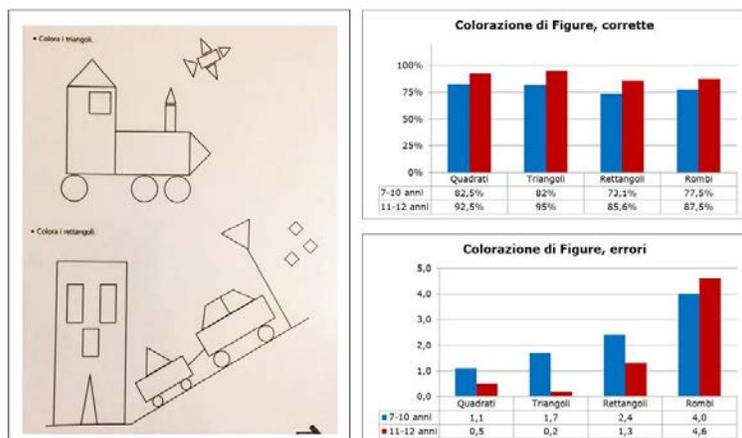


Figura 15 – Colorazione di Figure

Si può ipotizzare che il numero di forme scorrette colorate nelle tavole relative al rombo (generalmente quadrati ruotati o triangoli) sia legata ad un residuo approccio percettivo al compito, evidente nella forma meno familiare, sottolineando l'importanza di un lavoro di osservazione mediata e verbalizzazione delle proprietà delle figure, non sempre adeguatamente curato nel lavoro scolastico degli studenti con disabilità intellettiva.

Conclusione

Il PAPS è un programma di potenziamento cognitivo calibrato per essere proposto a bambini piccoli con disabilità intellettiva, a partire dai 18 mesi di età, nel contesto di un intervento educativo ed abilitativo precoce ed individualizzato. È organizzato in modo da offrire una proposta di intervento condiviso tra le diverse figure dell'équipe educativo-riabilitativa e, nel caso del concetto di Forma, può essere presentato alla scuola dell'infanzia, sia nel contesto del piccolo gruppo che come attività strutturata proposta all'intera classe, articolando il lavoro in anni successivi sulla base del progressivo sviluppo dei processi astrattivi dei bambini.

L'approccio ludiforme tipico delle attività del PAPS (Pavan e Leoni, 2020) permette inoltre di avviare la presentazione dei concetti geometrici fin da momenti precoci, consentendo ai bambini a sviluppo atipico di affrontare i successivi gradi scolari dotati delle basi concettuali, strategiche e di pensiero necessarie per un percorso autenticamente inclusivo.

I risultati qualitativi finora raccolti dalle autrici sono molto promettenti. Mostrano infatti come bambini e ragazzi con disabilità intellettiva, che troppo spesso sono esposti ad una modesta istruzione in ambito logico-matematico, sono invece in grado, con un'adeguata mediazione, di sviluppare competenze geometriche di astrazione crescente.

Tali risultati ripropongono in modo evidente la questione dell'equità nell'accesso agli apprendimenti ed il dovere etico della *"least dangerous assumption"* che, nel caso degli alunni con disabilità intellettiva, è presupporre che essi possano appren-



dere le abilità accademiche, dato che assumere il contrario ne limiterebbe le opportunità educative. Anche nel caso in cui le capacità degli studenti con disabilità intellettiva fossero sopravvalutate, essi avranno comunque l'opportunità di fare dei progressi ed accrescere le proprie abilità. Al contrario, gli effetti negativi di assumere una mancanza di competenza includono un percorso educativo separato, una mancanza di adeguatezza delle proposte rispetto all'età e limitate opportunità di progresso sociale e culturale nei cicli successivi di scolarizzazione, con ovvie ricadute sulle possibilità formative e lavorative e sullo sviluppo personale e sociale (Jorgensen, 2005).

Riferimenti bibliografici

- Aslan D., & Arnas Y.A. (2007). Three- to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, 15, 83-104.
- Browder D.M. *et alii* (2008). A meta-analysis on teaching mathematics to students with significant cognitive disabilities. *Exceptional Children*, 74, 407-432.
- Browder D.M. *et alii* (2012). Early numeracy instruction for students with moderate and severe developmental Disabilities. *Research and Practice for Persons with Severe Disabilities*, 37, 308-320.
- Burger, W.F. (1985). Geometry. *Arithmetic Teacher*, 32 (6), 52-56.
- Burger, W.F., & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17 (1), 31-48.
- Canevaro, C., & lanes, D. (2017). Liberi commenti alle leggi 517/77 e 104/92. In *Lontani da dove? Passato e futuro dell'inclusione scolastica in Italia*. Trento: Erickson.
- Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica*. Firenze: La Nuova Italia.
- Clements, D.H. (2003). Teaching and learning geometry. In Kilpatrick J., Martin W.G, Schifter D. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 151-178). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements D.H., & Battista M.T., (1992). Geometry and spatial reasoning. In Grouws D.A. (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Clements D.H. *et alii* (1999). Young Children's Concepts of Shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (2), 192-212.
- Crowley, M.I. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. In Lindquist M.M., Shul A., *Learning and teaching geometry: K-12* (pp. 1-16). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dehaene, S., *et alii* (2006), Core knowledge of geometry in an Amazonian indigen group. *Science*, 311, pp. 381-384.
- Donnellan, A.M. (1984). The criterion of the least dangerous assumption. *Behavioral Disorders*, 9, pp. 141-150.
- European Agency for Special Needs and Inclusive Education (2005). *L'intervento di sostegno per i bambini disabili in età prescolare. Rapporto di sintesi*. Bruxelles: V. Soriano.
- Geeslin, W.E., & Shar, A.O. (1979). An alternative model describing children's spatial preferences. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10 (1), 57-68.
- Guralnick, M.J. (2005). Early intervention for children with intellectual disabilities: current knowledge and future prospects. *Journal of Applied research on Intellectual Disabilities*, 18, 313-324.
- Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J.M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (3), 237-251.
- Hannibal, M.A. (1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 5, 353-357.



- Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1994). A model of test design to assess the van Hiele levels. *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Lisbona.
- Jorgensen, C. (2005). The least dangerous assumption: A challenge to create a new paradigm. *Disability Solutions*, 6 (3), 5-9.
- Káldy, Z., & Leslie, A. M. (2003). Identification of objects in 9-month-old infants: Integrating 'what' and 'where' information. *Developmental Science*, 6, 360-373.
- Leoni, C., & Pavan, L. (2016). Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale di Leoni Pavan. *Formazione&Insegnamento*, 1, 41-57.
- Leoni, C., & Pavan, L. (2018). Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale e lo sviluppo dei concetti. *Difficoltà di Apprendimento e Didattica Inclusiva*, 5 (3), 337-358.
- Lucangeli, D. et alii (2009). *Conosco le forme: valutare e potenziare l'apprendimento della geometria dai 4 ai 6 anni*. Firenze: Giunti.
- Lyon, K.J. (2014). *Teaching shape recognition to students with significant intellectual disabilities* (Graduate degree program in Special Education, University of Kansas). Lawrence KS.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston VA.
- Pavan, L., & Leoni, C. (2017). Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale e lo sviluppo dei sistemi attentivi. *Difficoltà di Apprendimento e Didattica Inclusiva*, 4 (4), 469-491.
- Pavan, L., & Leoni, C. (2020). Il Programma di Arricchimento Pre-Strumentale e l'attività ludiforme nella disabilità intellettiva: dalla teoria all'azione. *Orientamenti Pedagogici*, 67 (1), 47-85.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1976). *La rappresentazione dello spazio nel bambino*. Firenze: Giunti Barbera.
- Roberts, L.V., & Richmond, J.L. (2014). Preschoolers with Down syndrome do not yet show the learning and memory impairments seen in adults with Down syndrome. *Developmental Science*, 18, 404-419.
- Rosser, R.A., Lane, S., & Mazzeo, J. (1988). Order of acquisition of related geometric competencies in young children. *Child Study Journal*, 18, 75-90.
- Sarama, J., & Clements, D.H. (2009). *Shape. Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children* (pp. 199-246). New York: Routledge.
- Sbaragli, S., & Mammarella, I.C. (2011). Insegnare e apprendere la geometria. *Difficoltà in matematica*, 8 (1), 65-82.
- Sinclair, N., & Moss, J. (2012). The more it changes, the more it becomes the same: The development of the routine of shape identification in dynamic geometry environment. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 28-44.
- Slater, A., Morison, V., Somers, M., Mattock, A., Brown, E. & Taylor, D. (1990). Newborn and older infants' perception of partly occluded objects. *Infant Behavior and Development*, 13, 33-49.
- Tamburlini, G. (2014). Interventi precoci per lo sviluppo del bambino: razionale, evidenze, buone pratiche, *Medico e Bambino*, 33, 232-239.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Vygotskij, L.S. (1966). *Pensiero e linguaggio*. Firenze: Giunti e Barbera.
- Vygotskij, L.S. (1980). *Il processo cognitivo*. Torino: Bollati Boringhieri.
- Wehmeyer, M.L., Lattin, D., & Agran, M. (2001). Achieving access to the general curriculum for students with mental retardation: A curriculum decision-making model. *Education and Training in Mental Retardation and Developmental Disabilities*, 36, 327-342.